Фикционализм и проблема неустранимости абстрактных объектов

Ершов Василий Дмитриевич (yershov.v.d@gmail.com)
Уральский Федеральный университет

Введение

Согласно мнению Х. Филда и других номиналистов/фикционалистов, математических абстрактных объектов, таких как числа, множества и функции, не существует [1]. Математические теории не являются истинными, но являются консервативными, что оправдывает их применение в науке. Математика не является неустранимой из науки; «восхождение к абстрактному» лишь позволяет сэкономить много времени и сил.

Для того, чтобы связать абстрактные теоретические сущности с наблюдаемыми физическими объектами, Х. Филд вводит понятие «связующих законов». Если для какого-либо случая доказана теорема о репрезентации, то такие «связующие законы» (хотя бы один) обязательно найдутся – ими будут являться гомоморфизмы (точнее, даже изоморфизмы) из набора конкретных объектов в набор абстрактных объектов некоторой математической структуры.

Представляется, что подход, лежащий в основе всей программы Х. Филда, является некорректным, и сама программа фикционализма оказывается перед лицом ряда проблем.

Проблема скрытой математики

Х. Филд часто использует в своей работе понятия, имплицитно опирающиеся на математическое (а не логическое) знание. В этой связи Р. Кларк отмечает, что теорема Кранца, существенная для проекта Х. Филда, per se тоже является частью математики: она сформулирована именно как математическая теорема о математических же объектах, и её доказательство состоит именно из математических выводов, сделанных путём дедукции из математических предпосылок в соответствии с обычными принципами математической практики [2]. Это замечание справедливо и в отношении таких понятий как «гомоморфизм», «производная по направлению», «дифференциальное уравнение второго порядка»… Сама замена Х. Филдом действительных чисел точками пространства-времени или точками какого-либо скалярного *поля* (например, поля температуры) неправомерна по этой же самой причине: эти последние понятия сами слишком глубоко «укоренены» в математику.

Кроме того, в этом случае идея, как в принципе возможна «связь» между мирами физических и математических объектов, настолько отличных друг от друга онтологически, представляется весьма спорной. Что вообще значит «установить гомоморфизм из физических к математическим объектам»? Когда гомоморфмизмы используются интраматематически, эта проблема не возникает: у нас существуют критерии того, что такое гомоморфизм и существует ли он как часть математики. То же характерно и для используемых Х. Филдом теорем о репрезентации. По-видимому, говорить о связи математических и физических объектов таким образом нельзя, и проблема применимости математики в естественнонаучных теориях остаётся актуальной.

Проблема «логика – не панацея»

Положим, что используемые Х. Филдом понятия были переформулированы чисто логически. В таком случае, пожалуй, можно говорить, что наше возражение снимается. Тем не менее, от этого они не перестают быть определённого рода абстрактными объектами. Широко известно высказывание У. В. О. Куайна, что второпорядковая логика есть «Теория множеств в овечьей шкуре» [3]. На зависимость второпорядковой логики от теории множеств как метатеории указали П. Дж. Коген [4] и К. Дж. Барвайс [5]. Кроме того, даже первопорядковой логики с равенством достаточно для того, чтобы можно было говорить о существовании двух различных объектов. Онтология тривиальная, но она есть.

М. Резник в этой связи отмечал, что «Филдовская версия науки предполагает использование модальностей, бесконечных конъюнкций, “полной логики гудменовских сумм” и расширений стандартной математики. Каждое из этих понятий видится столь же проблематичным, сколь и сами абстрактные (т. е. математические – *В.Е.*) сущности» [6].

Последняя дилемма

Допустим, что фикционалисты смогли каким-то образом отбить и это возражение. Но тогда они оказываются перед следующей дилеммой (это отмечает, кстати, и поздний Х. Филд [7]). Нам либо следует:

1. Признать как неизбежный факт, что существует своего рода «ядерная» (core) логика;
2. Объявить, что фикции возможно (и даже нужно) объяснять через другие фикции.

Второй подход – подход «последовательного фикционалиста» – сталкивается с проблемой всеобъемлющей контингентности. Как в таком случае вообще можно говорить о чём-либо? Для дальнейших рассуждений полезно вспомнить «теорему о бесконечных обезьянах».

Пусть наши обезьяны, каждая размером с протон, без устали печатают – с момента Большого взрыва до конца Вселенной (когда протоны перестанут существовать) – по 400 слов (2000 знаков) в минуту (что в два раза быстрее мирового рекорда для человека). Для того, чтобы напечатать текст «Гамлета» без учёта знаков препинания, пробелов, регистра и т. д. с шансом один на триллион, потребуется 10^{360641} (!) наблюдаемых вселенных [8].

Проблема «необъяснимой применимости математики» и уровень развития нашей цивилизации кажутся в этой связи чудом такого уровня, что для выражения числа вселенных, пожалуй, не хватит и числа Грэма.

К необходимости существования своего рода «протологики» приходит поздний У. В. О. Куайн [9]. Кроме того, в пользу её существования говорит и теория «универсальной грамматики» Н. Хомского [10]. Справедливости ради, отметим, что с теорией Н. Хомского «всё сложно».

Вместо заключения

Что думают об устранимости математических объектов не философы, но собственно математики? Двум виднейшим математикам XX в. – Д. Гильберту и Г. Вейлю – замена математики логикой казалась невозможной.

Д. Гильберт говорил, что «Математика обладает не зависящим от всякой логики устойчивым содержанием, и поэтому она никогда не может быть обоснована только с помощью логики, вследствие чего, между прочим, стремления Дедекинда и Фреге должны были потерпеть крушение» [11].

Г. Вейль же считал, что «Не существует ни одного дескриптивного признака для предложений, доказуемых из данных предпосылок, – мы неизбежно должны пользоваться построением… Невозможно отличить логически систему тех линий, которые получились из прямых в результате подобной (непрерывной – *В. Е.*) деформации пространства, от системы прямых линий» [12].

Библиографический список

1. Field H. Science Without Numbers. New York : Oxford univ. press. 2016. 192 p.
2. Clark, R. (2012). Solving the Proper Problem: Wittgenstein, Fictionalism and the Applicability of Mathematics (Doctoral dissertation, University of York).
3. Quine W. V. O. Philosophy of Logic. Cambridge, MA : Harvard univ. press. 1970. 109 p.
4. Cohen P. J. Set Theory and the Continuum Hypothesis. 1966. New York-Amsterdam : W. A. Benjamin. 344 p.
5. Barwise, K. Jon. The Hanf Number of Second Order Logic. Journal of Symbolic Logic, Vol. 37, No. 3. P. 588–594.
6. Resnik M. D. How Nominalist is Hartry Field's Nominalism? // Philosophical Studies: An International Journal for Philosophy in the Analytic Tradition. 1985. Vol. 47, No. 2. P. 163–181.
7. Field H. Conventionalism about Mathematics and Logic // Noûs. 2023. Vol. 57, No. 4. P. 815–831.
8. Kittel Ch. Kroemer H. Thermal Physics (2nd ed.). San Francisco : W.H. Freeman Company. 1980. 496 p.
9. Quine W. V. O. From Stimulus to Science. Cambridge : Harvard univ. press. 1995. 120 p.
10. Cook V. Newson M. Chomsky's universal grammar: An introduction. Third edition. 2007. Hoboken : Wiley-Blackwell. 336 p.
11. Гильберт Д. Основания геометрии / Д. Гильберт. – М.-Л.: ОГИЗ Гостехиздат, 1948. 492 с. Цит. по Алгоритмический ум: ментализм vs механизм в философии математики / В. В. Целищев. — Москва: Канон-плюс: Реабилитация, 2023. 511 с.
12. Вейль Г. О философии математики / пер. с нем. и вступ. ст. А. П. Юшкевича; предисл. С. А. Яновской. — Изд. 2-е, стер. — М. : URSS, КомКнига, 2005. 127 с.

Всероссийская научная конференция молодых исследователей «uAnalytiCon Junior-2025», 22 мая 2025 г.